

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ ИМ. Н. Н. БОГОЛЮБОВА

В 2012 г. в лаборатории проводились исследования по четырем темам первого приоритета: «Теория элементарных частиц», «Современная математическая физика: гравитация, суперсимметрия», «Структура и динамика атомных ядер», «Теория конденсированных сред и новые материалы». Важной со-

ставляющей в деятельности лаборатории является теоретическая поддержка экспериментальных исследований в ОИЯИ и в других исследовательских центрах с участием ОИЯИ (ЦЕРН, GSI, BNL, FNAL и др.). Особое внимание уделялось привлечению к работе молодых исследователей, студентов и аспирантов.

НАУЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Теория элементарных частиц

В 2012 г. работа проводилась в рамках следующих проектов:

- Стандартная модель и ее расширения;
- КХД-партоновые распределения для современных и будущих коллайдеров;
- физика тяжелых и экзотических адронов;
- смешанная фаза в столкновениях тяжелых ионов.

Исследования отражали современную ситуацию в этой области: теоретическое сопровождение последних результатов, полученных на LHC, включая открытие бозона Хиггса и поиски физики вне Стандартной модели, многопетлевые прецизионные вычисления в КХД и электрослабой теории, анализ структурных функций с учетом спиновой физики и изучение спиновой структуры адронов, физику тяжелых кварков и В-физику, непертурбативные эффекты в КХД, физику нейтрино и спектроскопию адронных состояний.

Найден новый подход для рассмотрения и анализа как пертурбативных, так и непертурбативных вкладов во множественности глюонов и кварков. Новый метод позволил впервые проанализировать рассматриваемые величины в третьем порядке теории возмущений с учетом пересуммирования трех старших дважды логарифмических вкладов. Полученные аналитические выражения зависят от двух непертурбативных параметров, имеющих ясную физическую интерпретацию. Глобальный анализ современных экспериментальных данных показывает, что новые результаты находятся в хорошем согласии с экспери-

ментом и, таким образом, решают давнее расхождение между теорией и экспериментом при описании этих данных [1].

Новая параметризация функций фрагментации получена на основе КХД-анализа предварительных данных коллаборации COMPASS по множественностям каонов и пионов. Показано, что новые каонные функции фрагментации сильно отличаются от результатов, полученных ранее другими группами (De Florian и др., Hirai и др.). Обсуждается чувствительность поляризованных партоновых распределений к выбору функций фрагментации [2].

В свете антитетических тенденций в данных для пион-фотонного переходного формфактора выполнено сравнительное теоретическое исследование данных для переходного формфактора пиона при пространственноподобных передачах импульса, представленных коллаборацией Belle, в сопоставлении с недавними данными BaBar и с учетом более ранних данных CLEO и CELLO. Обсуждаются следствия для амплитуды распределения, и делается вывод о предпочтительности данных Belle [3].

Построена новая модель с учетом электромагнитных и гравитационных формфакторов, полученных из нового набора t -зависимых обоженных партоновых распределений. Модель применена к описанию всех доступных экспериментальных данных с использованием трех подгоночных параметров. Проведено сравнение с предварительными данными эксперимента TOTEM при 7 ТэВ [4].

Фотон исследуется как объект для проверки применимости КХД к пертурбативно вычисляемым

коллинеарным партонным распределениям. Изучены аналитические свойства амплитуд глубоко неупругого комптоновского рассеяния и связанные с ними правила сумм для обобщенных партонных распределений фотона, а также связь с функцией квинтэссенции в рамках дуальной параметризации [5].

Коллаборации ATLAS и CMS не обнаружили указаний на суперсимметрии при анализе данных с интегральной светимостью 5 фб^{-1} при энергии ЛНС 7 ТэВ. Эти данные были проанализированы в комбинации с данными по распаду $B_s \rightarrow \mu\mu$ (коллаборация LHCb), с космологическими данными по реликтовой плотности темной материи (коллаборация WMAP) и данными по верхнему пределу сечения рассеяния темной материи на ядрах (коллаборация XENON). Полученные в результате разрешенные области в пространстве параметров минимальной суперсимметричной Стандартной модели (МССМ) приводят к ограничениям на возможную массу глюино 1270 ГэВ и массу частиц темной материи 220 ГэВ при значении универсальной скалярной массы m_0 ниже 1500 ГэВ. Для больших значений m_0 эти пределы сдвигаются на 970 и 130 ГэВ соответственно. Если включить в обработку значение массы бозона Хиггса 125 ГэВ, разрешенная область параметров находится выше ранее исключенной части, но результат сильно зависит от предполагаемой теоретической погрешности. Имеющееся небольшое противоречие между всеми ограничениями и массой бозона Хиггса в МССМ является аргументом в пользу расширений минимальной модели [6].

Формфакторы переходов $B(B_s) \rightarrow P(V)$ вычислены в рамках ковариантной кварковой модели во всей кинематической области переданного импульса. В качестве приложения полученных результатов вычислены ширины нелептонных распадов B_s -мезона в пары $D_s^- D_s^+$, $D_s^{*-} D_s^+$, $D_s^- D_s^{*+}$ и $D_s^{*-} D_s^{*+}$. Данные моды распадов вносят наибольший вклад в величину $\delta\gamma$ для B_s -системы. Вычислена также ширина распада $B_s \rightarrow \phi J/\psi$. Хотя данная мода подавлена по цвету, она играет важную роль в поиске возможных эффектов новой физики, приводящих к CP-нарушению [7].

Вклад механизма рассеяния света на свете за счет обмена нейтральными псевдоскалярными (π, η, η') и скалярными ($a_0(980), \sigma, f_0(980)$) мезонами в аномальный магнитный момент мюона вычислен в нелокальной киральной кварковой модели, основанной на представлении о вакууме КХД как инстантонной жидкости. Впервые в расчетах учтена полная кинематическая зависимость эффективных вершин мезон–два фотона. Особое внимание уделено эффектам смешивания для η – η' -мезонов в псевдоскалярном секторе и σ – $f_0(980)$ в скалярном секторе в схеме, когда углы смешивания зависят от виртуальности мезонов. Исследован локальный предел нелокальной кварковой модели. Показано, что при

совместном учете скалярных и псевдоскалярных состояний относительная модельная ошибка полного вклада уменьшается. Общий вклад легких псевдоскалярных и скалярных состояний от процесса рассеяния света на свете в g –2 мюона оценивается как $(6,25 \pm 0,83) \cdot 10^{-10}$ [8].

Глубоко виртуальное комптоновское рассеяние (DVCS) частицы со спином 1 изучено как случай когерентного рассеяния на дейтроне. Исследована роль вкладов твиста 3 в восстановлении калибровочной инвариантности амплитуды. Вклады твиста 3 и соотношения, следующие из уравнений движения КХД, были использованы для вывода калибровочно-инвариантной амплитуды DVCS адрона со спином 1. Полученная амплитуда применена при изучении эффектов спиновой асимметрии [9].

Изучены свойства нагретого плотного газа кварков, описываемых как квазичастицы модельного гамильтониана с четырехфермионным взаимодействием. Исследован фазовый переход газ–жидкость. Одним из правдоподобных сценариев (частичного) восстановления киральной симметрии является смешанная фаза вакуума и барионной материи. Рассмотрены также вопросы описания поверхности раздела двух сред [10].

Ширина распада $\tau \rightarrow \pi\omega$ найдена в рамках расширенной модели Намбу–Йона-Лазинио. При этом учтен вклад промежуточного состояния с векторным мезоном в основном и первом радиально возбужденном состояниях. Получено хорошее согласие с экспериментальным значением без введения дополнительных параметров [11].

Фактор Зоммерфельда–Гамова–Сахарова рассмотрен в случае произвольных масс и энергий. Показано, что скалярная треугольная однопетлевая диаграмма описывает кулоновскую сингулярность в радиационных поправках на пороге. Сингулярная часть поправки факторизуется с выделением полного борновского сечения независимо от разложения по парциальным волнам. Обсуждены различные подходы к обобщению фактора [12].

Исследовано образование векторных мезонов в периферической области высокоэнергетических соударений тяжелых ионов. Получены сечения одиночных мезонов и их пар. Зависимость от виртуальности промежуточного векторного мезона получена в рамках кварковой модели, учтен эффект реджезации [13].

Предложен новый метод вычисления логарифма Бете для произвольной системы нескольких частиц с кулоновским взаимодействием. В качестве тестовых расчетов использовались основные состояния атома гелия и молекулярного иона водорода H_2^+ . Полученные значения $\beta_{\text{He}} = 4,37016022306(2)$ для атома гелия и $\beta_{\text{H}_2^+} = 3,012230335(1)$ для молекулярного иона водорода существенно точнее известных ранее результатов расчетов для этих величин [14].

Представлены результаты трехпетлевых вычислений аномальных размерностей калибровочных полей в ненарушенной Стандартной модели в калибровке фонового поля. Расчет выполнен в произвольной калибровке фонового поля, параметризуемой тремя независимыми параметрами. Рассмотрены как квантовые, так и фоновые поля. Первые использованы при нахождении констант перенормировки для фиксирующих калибровку параметров, а последние позволяют найти трехпетлевые β -функции для калибровочных констант в рамках Стандартной модели. Независимость β -функций от фиксации калибровки служит дополнительной проверкой правильности полученного результата [15].

Представлены все процедуры, необходимые для расчета аналитических отображений степеней сильной константы связи в евклидовой и псевдоевклидовой областях при любых значениях энергии и при различных способах учета кварковых ароматов. Такая несингулярная константа связи является необходимым элементом аналитической теории возмущений (АТВ) в КХД и ее обобщении — фрактальной АТВ, необходимой для применений постулатов АТВ к ренормгрупповому описанию адронных наблюдаемых [16].

Современная математическая физика

Исследования по теме были сосредоточены на следующих направлениях:

- суперсимметрия и суперструны;
- квантовые группы и интегрируемые системы;
- квантовая гравитация и космология.

Получены новые решения в теории гравитации, которые описывают экстремальные многоцентровые черные дыры. Исследована роль вакуумных конденсатов полей Янга–Миллса в космологии. Изучены скейлинговые решения в галилеевской космологии. Для наблюдательной астрономии важной задачей является определение параметров черных дыр. Для этой цели предложено использовать механизм возникновения теней в окрестности сверхмассивных черных дыр. Эта техника, в принципе, позволяет оценить и эффекты, порождаемые дополнительными размерностями пространства-времени. Проанализированы геометрические и топологические свойства полностью симметричных интегрируемых систем Тоды. Выявлена связь этой модели с системой Морса–Смейла. Предложено развитие метода спектрального суммирования в квантовой теории поля, которое явно учитывает различные ветви спектра в реальных физических системах. В этом подходе дан строгий вывод формулы Лифшица, описывающей вакуумные силы между материальными телами.

Продолжено изучение квантово-механических систем частиц с расширенной суперсимметрией на мировой линии. Исследование таких систем нацелено на решение ряда проблем, относящихся к AdS/CFT-

соответствию в различных измерениях, структуре суперсимметричных интегрируемых систем и их многочисленных связях с $N = 4$ суперсимметричной теорией Янга–Миллса и суперструнами. Было построено несколько новых систем с расширенной $N = 4$ суперсимметрией, включая модели с внешними калибровочными полями, и были выявлены их внутренние геометрии. Одним из ярких результатов в этом направлении стало обнаружение ранее неизвестного факта о том, что необходимым и достаточным условием $N = 4$ суперсимметрии в данном классе моделей служат знаменитые уравнения Нама, которые до этого появлялись в контексте описания неабелевых монополей.

Эти и некоторые другие результаты представлены подробнее ниже.

Проведено численное исследование инфракрасного поведения глюонного пропагатора в калибровке Ландау в трехмерной $SU(2)$ калибровочной теории на решетке. Особое внимание было уделено изучению эффектов грибовских копий. Использовался эффективный алгоритм фиксации калибровки и большое число калибровочных копий (до 280 копий на конфигурацию). Показано, что в глубоко инфракрасной области эффекты грибовских копий остаются весьма значительными. Продемонстрировано, что в пределе бесконечного объема значение пропагатора при нулевом импульсе не обращается в ноль [17].

Изучены $SU(3)$ -инвариантные квантовые интегрируемые модели, разрешимые в рамках иерархического анзаца Бете. Скалярные произведения векторов Бете в таких моделях могут быть выражены как суммы по разбиениям множеств параметров Бете от билинейных комбинаций старших коэффициентов. Были получены различные представления для этих старших коэффициентов в виде сумм по разбиениям, а также интегральные представления [18].

Показано, что экзотические лагранжевы торы типа Чеканова могут быть построены в терминах псевдоторических структур, введенных как обобщение торической структуры на компактном многообразии. В связи с этим оказывается возможным строить экзотические лагранжевы торы на торических многообразиях. В качестве примера построен экзотический лагранжев тор на поверхности дель Педро степени 6 [19].

Построен новый, наиболее общий L -оператор, который сплетается как с $SO(2n)$ спинорной R -матрицей, так и R -оператором, действующим в прямом произведении двух бесконечномерных пространств. Этот R -оператор представляется как произведение четырех факторов, которые удовлетворяют соотношениям звезда–треугольник. На основе построенного L -оператора формулируются квантовые интегрируемые модели, обладающие $SO(2n)$ и конформной симметрией [20].

Представлен первый пример супермодели Ландау, обладающей как мировой $N = 4$ суперсимметрией,

так и нетривиальной суперсимметрией $ISU(2|2)$ в пространстве отображения. В модели также присутствует вторая скрытая $N = 4$ суперсимметрия, которая вместе с первой замыкается на $SU(2|2)$. На каждом уровне Ландау с $N > 0$ волновые функции образуют атипические $(2N + 2N)$ -мерные мультиплеты мировой супергруппы $SU(2|2)$. Также найдена наиболее общая форма действия, совместимая с мировой $N = 4$ суперсимметрией вне массовой поверхности [21].

Найдено максвелл-инвариантное расширение модели релятивистской свободной частицы в $D = 4$ на случай десятимерного максвелловского тензорного пространства. После квантования новая модель описывает в частной системе отсчета планарную динамику, отвечающую орбитам Ландау в присутствии постоянного магнитного поля [22].

Киральный $N = 4$ супермультиплет связан со вспомогательным фермионным $N = 4$ супермультиплетом, содержащим на массовой поверхности четыре физических фермиона и четыре вспомогательных бозона. Бозоны играют роль изоспиновых переменных. Возникающее компонентное действие описывает взаимодействие кирального супермультиплета с постоянным магнитным полем на псевдосфере $SU(1, 1)/U(1)$. Одной из наиболее важных черт этой конструкции является присутствие в гамильтониане и суперзарядах всех токов группы изоспина $SU(2)$. Представлены также гамильтониан и суперзаряды, описывающие движение частицы на сфере S^2 во внешнем постоянном магнитном поле [23].

Четырехмерные теории супергравитации, скалярные многообразия которых представляют собой симметрические фактор-пространства $U_{D=4}/H_c$, представлены как конечный набор классов универсальности Титса–Сатакэ. Стационарные решения этих теорий, как сферически симметричные, так и не обладающие этой симметрией, идентифицируются с решениями трехмерной сигма-модели на фактор-пространстве $U_{D=3}/H^*$, и экстремальные решения связаны с нильпотентными орбитами H^* в K^* -представлении, возникающем из ортогонального разложения алгебры $U_{D=3}$ относительно H^* . Показано, что классификация таких орбит всегда может быть сведена к проектированию Титса–Сатакэ и они обладают свойствами классов универсальности Титса–Сатакэ. Процедура построения Боссарда и других экстремальных мультицентровых решений путем треугольной иерархии интегрируемых уравнений завершена и преобразована в замкнутый алгоритм посредством общей формулы, которая обеспечивает переход от симметрической к разрешимой калибровке. Рассмотрен вопрос о связи H^* -орбит с W -орбитами соответствующих черных дыр, который также сведен к соответствующей проблеме в рамках проекции Титса–Сатакэ. Высказана гипотеза, что существует точное взаимно-однозначное соответствие между H^* -орбитами и W -орбитами при

нулевом токе Taub-NUT. Все черные дыры, возникающие из мультицентровых решений, связанных с данной H^* -орбитой, обладают одним и тем же W -типом. Для модели S^3 рассмотрен полный набор ее мультицентровых решений, связанных со всеми ранее классифицированными нильпотентными орбитами $sl(2) \times sl(2)$ в $g[2, 2]$. Найдена новая внутренняя классификация W -орбит этой модели, которая могла бы обеспечить парадигму для аналогичной классификации всех других классов универсальности Титса–Сатакэ [24].

Исследованы некоторые геометрические и топологические свойства полной симметрической системы Тоды. Прямым вычислением показано, что диаграммы фазовых переходов для полной симметрической системы Тоды с размерностями $n = 3$ и $n = 4$ совпадают с диаграммами Хассе порядка Брюа симметрических групп S_3 и S_4 . Метод вычисления основан на существовании обширного набора инвариантных подмножеств потока Тоды в ортогональных группах. Этот метод обобщен на случай произвольного n . Результирующая теорема идентифицирует набор особых точек потока Тоды $\dim = n$ с элементами группы перестановок S_n так, что точки связаны траекторией, если и только если соответствующие элементы сопоставимы по порядку Брюа. Также показано, что размерность подмногообразий, заполняемых траекториями, которые соединяют особые точки, равна длине соответствующего сегмента диаграммы Хассе. Это равносильно тому, что рассматриваемая система фактически является системой Морса–Смейла [25].

Исследованы однородные и изотропные космологические модели в теории с калибровочными полями $SU(2)$. Вследствие конформной инвариантности подобные конфигурации обычно порождают радиационно-доминированную Вселенную. Однако симметрия может быть нарушена при учете квантовых поправок или благодаря взаимодействию с дублетом полей Хиггса. Было показано, что при учете квантовых поправок в виде так называемого θ -слагаемого в лагранжиане возникает инфляция в режиме медленного скатывания с реалистичным числом e -фолдингов. При этом амплитуда поля остается ниже планковских значений, а параметр модели θ может быть всего лишь порядка десяти, что выгодно отличает данную модель от многих других, часто требующих крайне больших или малых значений параметров или же транспланковских полевых амплитуд. Также было продемонстрировано, что в уникальной модели однородной изотропной конфигурации поля Янга–Миллса, взаимодействующего со скалярным дублетом поля Хиггса, присутствует собственный механизм для реализации инфляции из-за наличия потенциала Хиггса. Эта же модель позволяет одновременно описать и радиационно-доминированный режим расширения [26].

Как известно, скейлинговое решение может описывать ускоренное расширение Вселенной в стандартной теории скалярного поля. Решения такого типа возникают благодаря специальной форме потенциала скалярного поля в стандартной (немодифицированной) теории гравитации. С другой стороны, теория галилеона — это теория модифицированной гравитации, использующая специальный вид кинетического члена для скалярного поля. В четырех измерениях существует всего пять порядков этой теории. Второй из них соответствует каноническому кинетическому члену, тогда как остальные отличны от него. Тем не менее основным общим их свойством является то, что они приводят к уравнениям движения второго порядка. Было получено новое скейлинговое решение, возникающее благодаря третьему порядку теории галилеона. Было найдено условие устойчивости этого решения. В частности, было показано, что оно устойчиво на пылевой стадии. Также исследовано влияние дополнительного (третьего) члена на классическое решение типа «scaling solution» [27].

Промоделировано возникновение теней в окрестности сверхмассивных черных дыр. Вследствие быстрого прогресса возможностей наблюдения в настоящее время можно измерить размер и форму теней в окрестности сверхмассивных черных дыр, в частности ближайшей черной дыры в Галактическом центре, что позволит определить параметры черной дыры. Теории с дополнительными внешними измерениями (в частности, бранная модель Рэндалл–Сундрума II типа) допускают существование астрофизических объектов с метрикой, отличной от метрики Шварцшильда, с метрикой, обладающей приливным зарядом в частности. Размер тени позволяет получить ограничения на величину приливного заряда [28].

Формула Лифшица, описывающая дисперсионные силы, получена методом спектрального суммирования, который является математически строгой реализацией техники помодового суммирования и формализма теории рассеяния в применении к данной задаче. Это позволило детально проследить вклад в дисперсионные силы (силы Казимира и Ван дер Ваальса), порождаемый различными типами возбуждений в энергетическом спектре материальной среды (поверхностные моды, волноводные моды и фотонные моды). Осуществлен последовательный переход к мнимым частотам (виковский поворот), при котором учитываются все особенности частотных уравнений и соответствующих данных рассеяния в комплексной плоскости частоты, включая, в частности, разрезы, соединяющие точки ветвления, и комплексные корни частотных уравнений (квазинормальные моды). Важной особенностью данного подхода является специальный выбор пути интегрирования в контурных интегралах, которые используются для перехода к комплексным частотам. В результате полностью решена давняя проблема

корректного учета разрезов в комплексной плоскости частоты в данной задаче. Детально исследованы «тонкости» и «темные» места в предыдущих выводах формулы Лифшица. Для полноты изложения приведены используемые в работе математические сведения, например построение общего решения уравнений Максвелла для заданной конфигурации границ, формализм задачи рассеяния для параллельных границ раздела сред, определение собственных частот в данной спектральной задаче и др. [29].

Структура и динамика атомных ядер

Работа велась в рамках четырех проектов:

- структурные особенности ядер, удаленных от линии стабильности;
- взаимодействия ядер и их свойства при низких энергиях возбуждения;
- экзотические малочастичные системы;
- ядерная структура и динамика при релятивистских энергиях.

Исследования по ядерной физике, ведущиеся в ЛТФ им. Н. Н. Боголюбова, условно можно разделить на три части: теория ядерных явлений при низких энергиях (теория структуры ядер и ядерных реакций при низких энергиях), теория малочастичных систем и теория процессов с участием ядерных систем при релятивистских энергиях.

Исследования по ядерной физике низких энергий 2012 г. представлены в настоящем отчете семью работами, результаты которых представляются наиболее интересными.

В работе [30] изучены спин-изоспиновые гигантские резонансы в атомных ядрах сферической формы. В основу исследования положен самосогласованный подход, использующий комбинацию методов Хартри–Фока–Боголюбова и квазичастичного приближения случайной фазы. В качестве исходного взаимодействия нуклонов в ядре применено взаимодействие Скирма, а остаточные силы сепарелизованы, что значительно упрощает численные вычисления. Спин-изоспиновые резонансы во многом определяют скорости ядерных процессов, связанных со слабым взаимодействием (бета-распада, электронного захвата, рассеяния нейтрино на ядрах и т. п.). Поэтому теоретические предсказания свойств этих резонансов в нестабильных ядрах, которые недоступны для экспериментального изучения, совершенно необходимы для решения ряда астрофизических задач.

Р. В. Джолос и др. [31], проанализировав свойства полос альтернативной четности в некоторых ядрах области актиноидов, доказали, что форма этих ядер при движении вдоль такой полосы резко меняется с увеличением углового момента и ядро испытывает фазовый переход второго порядка. Таким образом, найден еще один из очень небольшого числа примеров фазовых переходов в квантовой системе конечного размера (в данном случае — ядре).

В работе [32] были рассчитаны некоторые характеристики очень тяжелых четно-четных ядер $Z > 104$. Результаты расчетов очень неплохо согласуются с имеющимися экспериментальными данными, что позволило авторам с достаточной уверенностью экстраполировать использованную модель на еще более тяжелые ядра $Z \sim 120$. По результатам экстраполяции можно заключить, что следующее дважды магическое ядро после известного ^{208}Pb должно иметь заряд $Z \geq 120$.

С. М. Биленький и Ф. Шимковиц [33] проанализировали возможность проверить точность расчетов ядерных матричных элементов безнейтринного двойного бета-распада в различных моделях ядра, основываясь на данных измерения соответствующих вероятностей в запланированных на ближайшее будущее экспериментах следующего поколения.

С. Ершов и др. [34] сопоставили необычайно большое значение радиуса распределения вещества в нейтронно-избыточном ядре ^{22}C , извлеченное из недавних экспериментальных данных, с рассчитанным ими, но экспериментально неизвестным значением энергии отделения двух нейтронов для этого нуклида. Авторы обнаружили известные расхождения между теорией и экспериментом и предложили выяснить причину различий путем экспериментального исследования в этом ядре свойств мягкой дипольной моды.

Работы [35, 36] посвящены теоретическому изучению различных аспектов динамики столкновений тяжелых ионов промежуточных энергий. В работе [35] исследовано влияние оболочечной структуры сталкивающихся ядер на процесс слияния-деления. Обнаружено, что оболочечные поправки заметно влияют на вероятность образования испарительных остатков реакции. В [36] предложен и обоснован эксперимент, позволяющий изучать процесс квазиделения (как правило, конкурирующий с процессом полного слияния) в «чистом» виде.

Одна из проблем, исследуемых в рамках проекта «Экзотические системы малого числа тел», — динамика таких систем в пространствах малой размерности. Существенный толчок в своем развитии эта тематика получила благодаря последним достижениям в экспериментах с ультрахолодными квантовыми газами. В частности, было установлено, что «запирающий» характер атомных ловушек очень сильно влияет на рассеяние ультрахолодных атомов и вызывает появление столкновительных резонансов. В работе В. С. Мележика с соавторами [37] развита теоретическая модель, позволяющая рассчитывать сдвиги и ширины резонансов Фешбаха в атомных волноводах. Модель открывает возможности количественного изучения процессов рассеяния в ультрахолодных атомных газах, помещенных в волновод.

Работа [38] посвящена релятивистским столкновениям тяжелых ядер. Цель авторов — выяснить, как меняются с ростом энергии столкновения взаимодействие и относительная роль кварковых и адрон-

ных степеней свободы. Для этого рассчитаны азимутальные анизотропии коллективного поперечного потока адронов в интервале энергий сталкивающихся ядер — от доступных на AGS вплоть до максимальной энергии RHIC.

Работа [39] вносит заметный вклад в изучение процесса рождения e^+e^- -пар в рассеянии фотона на фотоне. Как правило, этот процесс рассматривался в предположении, что интенсивное внешнее электромагнитное поле (например, лазерный импульс) имеет длительную протяженность во времени и изменение его формы во времени несущественно. Однако следующее поколение лазеров оптического диапазона будет иметь очень короткие (фемтосекундные) импульсы, в которых укладывается всего несколько осцилляций электромагнитного поля. Это требует существенного обобщения существующей теории многофотонных процессов, что и сделано в исследовании.

Распределение двухнуклонной плотности в ядрах значительно отличается от рассчитанной в простой модели среднего поля из-за так называемых корреляций на малых расстояниях (КМР), играющих исключительную роль при относительном расстоянии между нуклонами $r < 1,3-1,5$ Фм. Изучение КМР должно помочь получить четкие ответы на такие давно ждущие своего разрешения вопросы, как образование и структура холодного и плотного ядерного вещества, природа EMC-эффекта, роль кварк-глюонных степеней свободы в атомных ядрах. В работе [40] выявлены некоторые универсальные черты КМР.

Далее, результаты, полученные в цитированных статьях, представлены более детально.

Метод сепарабелизации эффективного остаточного взаимодействия нуклонов в рамках самоогласованного подхода на базе взаимодействия Скирма обобщен на случай зарядово-обменных спин-изоспиновых возбуждений. Сепарабелизация значительно уменьшает размерность матриц, которые приходится диагонализировать при расчетах в квазичастичном приближении случайной фазы в большом конфигурационном пространстве. Показано, что расчеты с сепарабелизованными остаточными силами достаточно хорошо воспроизводят результаты для спин-дипольных зарядово-обменных резонансов в ядрах ^{90}Zr и ^{132}Sn , полученные в приближении случайной фазы со стандартной диагонализационной процедурой. Кроме того, распределения силы гамов-теллеровских и спин-дипольных переходов были рассчитаны с силами Скирма SGII в ядрах $^{126,128,130}\text{Cd}$ как в T_+ -, так и в T_- -каналах. Рассчитанные энергии максимумов распределений спин-дипольной силы в этих нуклидах следуют известной иерархии $E(2^-) < E(1^-) < E(0^-)$ [30].

Фазовые переходы в квантовых системах конечного размера представляют значительный интерес. Анализ экспериментальных данных о полосах состо-

яний переменной четности, построенных на основном состоянии ядер ^{232}Th , ^{238}U и ^{240}Pu указывает, что при возбуждении вдоль полосы эти ядра испытывают фазовый переход второго порядка, меняя форму с симметричной относительно отражения в плоскости, перпендикулярной главной оси, на асимметричную. Для анализа были использованы формализм суперсимметричной квантовой механики, двухцентровая волновая функция октапольных возбуждений и теория фазовых переходов Ландау. Использованный подход основан на предположении, что основная роль в формировании свойств полос переменной четности принадлежит октапольной моде, сохраняющей аксиальную симметрию. Фазовый переход происходит при определенном значении углового момента, который в этом рассмотрении играет роль контрольного параметра [31].

Оболочечная структура тяжелых ядер $Z > 104$, которые синтезируются в реакциях полного слияния с актиноидной мишенью, исследована в двухцентровой оболочечной модели. Используя микромакроподход, рассчитаны дефект масс и значения Q_α . Полученные результаты неплохо согласуются с имеющимися экспериментальными данными. Предсказанные на их основе свойства сверхтяжелых ядер указывают, что следующий дважды магический нуклид после ^{208}Pb должен иметь заряд $Z \geq 120$. Показано также, что сечения рождения новых сверхтяжелых элементов чувствительны к положению замыкающей протонной оболочки [32].

Получить ответ на вопрос о природе массивного нейтрино в настоящее время можно, только изучив безнейтринный двойной бета-распад некоторых четно-четных ядер. Но измерение скорости этого процесса позволит определить только произведение эффективной майорановской массы нейтрино и соответствующего ядерного матричного элемента (ЯМЭ). Результаты расчетов ЯМЭ в разных ядерных моделях различаются в 2–3 раза. Предложен тест, позволяющий определить, какие из модельных ЯМЭ ближе к истине. Тест основан на предположении, что в будущих экспериментах, чувствительных к обратной иерархии масс нейтрино, будет измерено время жизни ядер относительно $0\nu\beta\beta$ -распада. Кроме того, основной механизм $0\nu\beta\beta$ -распада должен быть связан с легким майорановским нейтрино, информация о массе которого будет доступна из будущих высокоточных данных космологии [33].

В рамках трехчастичной кластерной модели проверена согласованность недавних экспериментальных (но непрямых) данных о необычайно большом радиусе распределения вещества ядра ^{22}C с возможными теоретическими оценками. Для этого использована чувствительность кластерной структуры ^{22}C , где доминирует движение в относительном s -состоянии, к энергии отделения двух нейтронов. Ее значение в несколько десятков кэВ достаточно, чтобы радиус ядра ^{22}C достиг заявленного нижнего предела экспе-

риментального радиуса, но само экспериментальное значение радиуса возможно лишь у исключительно слабо связанной системы. Кроме того, рассчитана зависимость от энергии отделения двух нейтронов зарядового радиуса. При этом показано, что мягкая дипольная мода возбуждения ядра ^{22}C сильно искажается при малых значениях энергии связи, ее следует изучать в реакции кулоновской фрагментации [34].

Процесс слияния-деления в ядро-ядерном столкновении исследован в рамках двухстадийной модели. На первой стадии (стадии сближения) рассчитывались свойства системы двух сближающихся ядер в точке их касания. На второй стадии анализировалась эволюция компактной системы. Предполагалось, что на стадии сближения оси симметрии сталкивающихся ядер совпадали. Распределения, рассчитанные в точке касания, использовались как начальные условия для второй стадии реакции. Движение подсистем на обеих стадиях описывалось посредством уравнений Ланжевена для коллективных координат (параметров деформации). На обеих стадиях учитывалась оболочечная структура как сталкивающихся ядер, так и компаунд-ядра. Оказалось, что оболочечные эффекты существенно влияют на характеристики системы в точке касания, равно как и на вероятность образования испарительного остатка, если сталкивающиеся ядра в основном состоянии имеют сферически-симметричную форму [35].

В ядро-ядерных столкновениях при энергии, близкой к кулоновскому барьеру, между собой конкурируют процессы полного слияния и квазиделения. Эта конкуренция значительно уменьшает вероятность полного слияния. Для детального экспериментального изучения динамики квазиделения предложено использовать ядро-ядерные столкновения при глубоко подбарьерных энергиях, когда сечение захвата очень мало и квазиделение является практически единственным возможным процессом. С использованием квантово-диффузионного подхода, учитывающего связь относительного движения ядер с их внутренними степенями свободы, рассчитаны сечения захвата для нескольких пар сталкивающихся ядер. На основании полученных результатов предложены комбинации сталкивающихся ядер, оптимальные для изучения квазиделения [36].

Разработана теоретическая модель, позволяющая рассчитывать сдвиги и ширины резонансов Фешбаха в атомных волноводах. Модель использует многоканальный подход для описания резонансов, индуцированных конфайнментом (КИРы), и атомных переходов в волноводах в многомодальном режиме. В качестве межатомного взаимодействия был взят 4-канальный тензорный потенциал, моделирующий резонансы разной структуры. Рассчитаны сдвиги и ширины s -, d - и g -волновых магнитных фешбаховских резонансов для атомов Cs, помещенных в гармонический волновод, а также резонансное усиление переходов, соответствующее нулям длины рассе-

яния в свободном пространстве. Обнаружена линейная зависимость ширины резонанса от продольного импульса атома и квадратичная — от ширины волновода [37].

Азимутальные анизотропии коллективного поперечного потока адронов, возникающего при столкновении тяжелых ядер при релятивистских энергиях, исследованы в широком интервале энергии столкновения в рамках микроскопического транспортного подхода с использованием партон-адрон-струнной динамической модели (ПАСД), объединяющей партонные степени свободы с динамической адронизацией и динамикой адронов на последней стадии реакции. Экспериментально наблюдаемый рост эллиптического потока v_2 с энергией столкновения успешно описывается на языке ПСД-модели в отличие от многих других кинетических моделей, рассматривающих только взаимодействие адронов. Анализ следующих гармоник v_3 и v_4 демонстрирует ту же тенденцию роста расхождений между предсказаниями партонной и чисто адронной моделей с увеличением энергии столкновения. Это указывает, что функции возбуждения азимутальных анизотропий представляют собой чувствительный индикатор степеней свободы, возбуждаемых в релятивистских столкновениях тяжелых ионов [38].

Быстрое развитие и совершенствование лазерных технологий обещает скорое появление лазеров такой мощности, что ее будет достаточно для рождения позитронов в каскадном процессе в фотон-электрон-позитронной плазме, возникающей в результате фотон-лазерного, электрон-лазерного или лазер-лазерного взаимодействия. Разработан метод расчета полного поперечного сечения процесса рождения e^+e^- -пары пробным фотоном, проходящим через короткий поляризованный лазерный импульс, в подпороговой (многофотонной) области. В отличие от уже используемых подходов метод учитывает конечную временную протяженность лазерного импульса. Обнаружена нетривиальная зависимость вероятности рождения e^+e^- -пары от длительности импульса. Чуть ниже порога процесса Брейта-Уилера для слабого поля короткие лазерные импульсы увеличивают сечение процесса на два порядка по сравнению с монохроматической плоской волной [39].

Двухчастичные протон-нейтронное и протон-протонное импульсные распределения в ^3He и ^4He рассчитаны как функции относительного импульса k_{rel} , импульса центра масс $K_{\text{c.m.}}$ и угла между ними. В расчетах использованы реалистические волновые функции ядер. Для больших значений $k_{\text{rel}} > 2 \text{ Фм}^{-1}$ и малых значений $K_{\text{c.m.}} < 1,0 \text{ Фм}^{-1}$ оба распределения не зависят от угла и падают с ростом $K_{\text{c.m.}}$. В то же время pn -распределение, в согласии с картиной двухнуклонных корреляций на малых расстояниях (КМР), сводится к произведению импульсного распределения дейтрона и быстро падающей функции импульса центра масс $K_{\text{c.m.}}$. Когда

оба импульса — k_{rel} и $K_{\text{c.m.}}$ — велики, распределения демонстрируют сильную угловую зависимость, что свидетельствует о сильных $3N$ КМР. Предсказанная зависимость $2N$ и $3N$ КМР от импульса центра масс и угла должна наблюдаться в реакции выбивания пары нуклонов $A(e, e'pN)$ [40].

Теория конденсированных сред и новые материалы

Теоретические исследования по теме «Теория конденсированных сред и новые материалы» в 2012 г. продолжались в рамках следующих проектов:

- физические свойства комплексных материалов и наноструктур;
- математические проблемы многочастичных систем.

Развита микроскопическая теория электрической проводимости $\sigma(\omega)$ для t - J -модели. Получено точное представление $\sigma(\omega)$ на основе метода функции релаксации в операторах Хаббарда, и выведена обобщенная формула Друде. Функция релаксации вычислена в приближении взаимодействующих мод при учете затухания зарядовых возбуждений за счет рождения пар частица-дырка при сопутствующем рассеянии их на антиферромагнитных спиновых флуктуациях. С использованием полученных результатов для спектральной плотности спиновых возбуждений вычислены функция релаксации и статическая проводимости в широкой области легирования и температур. Удовлетворительное согласие теории с экспериментальными данными показало, что в динамике зарядовых возбуждений рассеяние на спиновых флуктуациях играет важную роль [41].

В режиме слабого допирования для t - J -модели было показано, что энергия основного состояния расщепляется на две составляющие: обогащенную дырками ферромагнитную и антиферромагнитную с малой концентрацией дырок в пределе $J/t \ll 1$. Полученная картина является справедливой вплоть до порогового значения [42].

Проведено исследование фазовой динамики в ВТСП при наличии внешнего электромагнитного излучения. Наблюдалось возникновение электрического заряда на сверхпроводящих слоях в интервале базового тока, соответствующего ступеньке Шапиро. Продемонстрировано изменение длины продольной плазменной волны в условиях параметрического резонанса. Показано, что двойной резонанс джозефсоновских осцилляций с внешним излучением и плазменными колебаниями приводит к дополнительному параметрическому резонансу и небесселевской зависимости ширины ступеньки Шапиро от частоты и амплитуды внешнего излучения [43, 44].

Выведены оценки снизу и сверху для восприимчивости фиделити через макроскопические термодинамические величины, такие как восприимчивости

и средние значения. Качество границ проверено с помощью точных выражений для одного спина во внешнем магнитном поле. Применимость этих границ проиллюстрирована на примере двух моделей многочастичных систем, которые решаются точно в термодинамическом пределе, — модели сверхизлучения Дике и модели Кондо для одной примеси. Показано, что для расходящихся в термодинамическом пределе величин восприимчивость фиделити эквивалентна термодинамической восприимчивости для широкого класса моделей, проявляющих критическое поведение [45].

Предложена теоретическая модель в рамках традиционного представления о ридовских цилиндрах для объяснения коллапса подвижности как функции концентрации свободных носителей в пленках на основе GaN. Наряду с фоновыми и примесными механизмами рассеяния в модели учитывалось рассеяние электронов за счет заряженных дислокаций, выстроенных в стенку. Найдено выражение для высоты дрейфового барьера в зависимости от концентрации свободных носителей. На основе полученных уравнений объяснена причина зависимости положения минимума подвижности от дислокационной структуры [46].

Проведено теоретическое исследование теплопроводности поликристаллического графена при низких температурах. Учитывалось влияние рассеяния трех типов акустических фононов на границах образца, точечных дефектах и границах зерен. Показано, что рассеяние фононов на границах образца и границах зерен приводит к зависимости теплопроводности от температуры вида T^n , где $1 < n < 2$. Такое поведение является более выраженным для зерен нанометрового размера [47].

Метод функций Грина играет заметную роль при расчетах локальной плотности электронных состояний в углеродных наноструктурах. Исследована плотность состояний для различно ориентированных графеновых поверхностей при наличии дисклинаций. В частности, изучен случай малого возмущения, вызванного двумя семиугольными дефектами, и по характеру плотности состояний в граничных узлах определено взаимное положение дефектов на искаженной цилиндрической поверхности. С этой целью поверхность была преобразована в цепочку путем использования рекуррентного метода Хэйдока [48].

Исследованы эффекты декогеренции в открытой квантовой точке, взаимодействующей со своим окружением при определенной температуре. Движение электронов в квантовой точке ограничивалось двумерным параболическим потенциалом запирающего, а взаимодействие между электронами описывалось эффективным потенциалом Джонсона–Пейна. Проанализирована деградация квантового перепутывания орбитального движения электронов (зарядового квантового перепутывания) в зависимости от температуры окружения и параметров квантовой точки

(ее формы и степени межэлектронного взаимодействия) [49, 50].

Развита микроскопическая теория рассеяния нейтронов на неравновесной статистической среде, на основе общих принципов квантовой статистической механики. Рассмотрение проводилось в рамках метода неравновесного статистического оператора Зубарева. Вычислено сечение рассеяния медленных нейтронов, которое выражается в терминах корреляционной функции переменных среды. Полученная формула обобщает формулу Ван Хофа для рассеяния нейтронов и света в газах, жидкостях или твердых телах в состоянии равновесия. Формула Ван Хофа широко используется и является наиболее универсальным инструментом для исследования процессов рассеяния в статистических средах. Полученное обобщение формулы Ван Хофа дает возможность существенно расширить круг рассматриваемых систем с учетом неравновесных процессов, происходящих в них. Проведено обсуждение возможных областей применения данного подхода при анализе рассеяния нейтронов и света в конденсированных средах [51].

Одномерный бозе-газ — необычная сверхтекучая жидкость. В противоположность газам более высоких размерностей подавление момента инерции одномерного бозе-газа при вращении непосредственно не связано с отсутствием сопротивления при движении малой примеси в газе. Эксперименты с ультрахолодными атомами позволили проверить теоретические предсказания для силы трения при движении частиц в бозе-газе. В [52] обсуждена сила сопротивления, полученная в рамках линейного отклика системы, и ее связь с критерием сверхтекучести Ландау. На основе улучшенных аналитических и численных расчетов для динамического и структурного фактора рассмотрено движение газа в потенциалах разной формы: в точечном потенциале, в оптической решетке и случайном потенциале. Обсуждено подавление сверхтекучести в случайном потенциале, а также взаимосвязь этого эффекта с локализацией Андерсона и предсказаниями перехода типа «сверхтекучая жидкость–изолятор» в подобных системах.

Рассмотрена эволюция квазиизолированной конечной квантовой системы с неравновесного начального состояния. Условие квазиизоляции позволяет описывать динамику системы на общем основании, не уточняя детали системы, и при произвольных начальных условиях. Влияние окружения приводит к (по крайней мере частичному) приходу к равновесию и декогерентности состояния. Результирующее равновесное состояние носит информацию о начальных условиях и описывается представительным ансамблем. Показано, что среднее значение информации в системе не возрастает с временем. Частичное уравнивание и невозрастание средней информации объясняют необратимость времени [53].

Предложен эффективный метод сверхбыстрого перемагничивания нанокластеров. Метод основан на взаимодействии нанокластера с резонансным электрическим кругом. Это взаимодействие приводит к появлению магнитного поля обратной связи, которое, воздействуя на кластер, сокращает радикально время его перемагничивания. Изучено влияние свойств резонатора, параметров нанокластера и внешних полей на динамику намагниченности. Время перемагничивания можно сократить на порядки величины в сравнении с естественным временем релаксации. Перемагничивание изучено как в случае отдельного нанокластера, так и в системе из нанокластеров с дипольными силами взаимодействия [54].

Рассмотрен полностью асимметричный процесс с простыми запретами с обобщенными правилами обновления. В описание взаимодействия между частицами введен управляющий параметр. Два предельных случая этого параметра соответствуют известным ранее параллельному и последовательному обновлениям. Во всем диапазоне значений этого параметра взаимодействие изменялось от притяжения до отталкивания. В последнем случае в потоке частиц имела тенденция к образованию пробок, что нетипично для известных ранее правил обновления. Основное кинетическое уравнение для N частиц на бесконечной решетке решено с помощью анзаца Бете. Нестационарное решение для произвольных начальных условий получено в замкнутом детерминантном виде [55].

Исследованы совместные вероятности выхода частиц в полностью асимметричном процессе с простыми запретами (ПАППЗ) из пространственно-временных множеств заданного вида. Обобщены полученные ранее результаты о корреляционных функ-

циях в ПАППЗ, соответствующие выходам из множеств ограниченных прямыми вертикальными и горизонтальными линиями. Примененный подход позволил избавиться от ограничений на порядок моментов времени, которые имелись ранее, так что осталось только естественное пространственно-подобное упорядочение координат частиц. Рассмотрены последовательности лестничноподобных границ, проходящих с северо-востока на юго-запад, в пространственно-временной плоскости. Вероятности выхода их заданных множеств выведены в виде детерминанта Фредгольма, определенного на границах множеств. В скейлинговом пределе лестнично-подобные границы рассмотрены как приближение непрерывных дифференцируемых кривых. Показана сходимости вероятностей выхода из точек этих кривых, принадлежащих произвольному пространственно-подобному пути, к универсальному процессу Эйри-2 [56].

Исследован переход спираль-клубок в двухцепочечных гомополинуклеотидах. Предложен новый подход для расчета расслоенных петель. Относительное расстояние между соответствующими мономерами двух полимерных цепей смоделировано с помощью двумерного случайного блуждания на квадратной решетке. Возвраты случайного блуждания в исходное положение описывают образование водородных связей между комплементарными единицами. Для учета взаимодействия между мономерами внутри цепочек рассмотрены различные режимы возврата в начало. В одном из них, с двумя конкурирующими взаимодействиями, получен резкий переход к денатурации. С помощью предложенного подхода изучено богатое фазовое поведение двухцепочечного гомополинуклеотида [57].

ДУБНЕНСКАЯ МЕЖДУНАРОДНАЯ ШКОЛА СОВРЕМЕННОЙ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ (DIAS-TN)

В рамках DIAS-TN в 2012 г. были проведены 3 школы и рабочее совещание (Research Workshop):

- 10-я Зимняя школа по теоретической физике (30 января – 6 февраля);
- 16-е рабочее совещание «Теория нуклеации и ее применения» (1–30 апреля);
- Гельмгольцевская международная школа «Вычисления для современных и будущих коллайдеров» (23 июля – 2 августа);

КОНФЕРЕНЦИИ, СОВЕЩАНИЯ, СОТРУДНИЧЕСТВО

Было организовано 14 конференций, рабочих совещаний и школ:

- международная конференция «Классические и квантовые интегрируемые системы» (23–27 января, Дубна);

- Гельмгольцевская международная школа «Плотная материя в столкновениях тяжелых ионов и астрофизика» (28 августа – 8 сентября).

Регулярно проводились семинары для студентов и аспирантов, поддерживался сайт DIAS-TN, продолжалась видеозапись лекций.

- двусторонний семинар «Структура материи наивысших барионных плотностей в лаборатории и космосе» (2–4 апреля, Франкфурт, Германия);
- 21-й Международный коллоквиум «Интегрируемые системы и квантовые симметрии» (17–23 июня, Прага);

- международный семинар «Малотельные системы» (27–29 июня, Дубна);
- международная конференция «Симметрии и спин» (1–8 июля, Прага);
- международная конференция «Структура ядра и смежные вопросы» (2–7 июля, Дубна);
- международная конференция «Дубна-нано-2012» (9–14 июля, Дубна);
- рабочее совещание KLFTR/CAS – BLTP/JINR по теории ядра (2–6 августа, Дубна);
- 5-я Международная конференция «Прецизионная физика и фундаментальные физические константы» (10–14 сентября, Словакия);
- 21-й Балдинский международный семинар по проблемам физики высоких энергий «Релятивистская ядерная физика и квантовая хромодинамика» (10–15 сентября, Дубна);
- 20-й Международный симпозиум по спиновой физике (16–23 сентября, Дубна);
- 3-й симпозиум «Модели и методы в моночастичных и многочастичных системах» (27–30 ноября, Стелленбос, ЮАР);

- круглый стол Франция–Италия–Россия (16–18 декабря, Дубна);
- семинар Армения–Дубна «Проблемы интегрируемых систем» (24–25 декабря, Дубна).

Международное сотрудничество ЛТФ в 2012 г. было поддержано грантами полномочных представителей правительств Болгарии, Венгрии, Словакии, Польши, Румынии, Чехии и дирекции ОИЯИ. Сотрудничество с теоретиками Германии проходило при поддержке программы «Гейзенберг–Ландау», с теоретиками Польши — программы «Боголюбов–Инфельд», с теоретиками Чехии — программы «Блохинцев–Вотруба» и с теоретиками Румынии — программы «Цицейка–Марков».

Ряд исследований был выполнен совместно с зарубежными учеными в рамках соглашений ОИЯИ–INFN, ОИЯИ–IN2P3 и по проектам, поддержанным грантами РФФИ–DFG, РФФИ–CNRS. Продолжает действовать соглашение о сотрудничестве с теоретическим отделом ЦЕРН, Азиатско-тихоокеанским центром теоретической физики (Республика Корея), Институтом теоретической физики АН КНР.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bolzoni P., Kniehl B.A., Kotikov A.V.* // *Phys. Rev. Lett.* 2012. V. 109. P. 242002.
2. *Leader E. et al.* // *Proc. DSPI-11. Dubna, 2012.* P. 139.
3. *Bakulev A.P. et al.* // *Phys. Rev. D.* 2012. V. 86. P. 031501.
4. *Selyugin O.V.* // *Eur. Phys. J. C.* 2012. V. 72. P. 2073.
5. *Gabdrakhmanov I.R., Teryaev O.V.* // *Phys. Lett. B.* 2012. V. 716. P. 417.
6. *Beskidt C. et al.* // *Eur. Phys. J. C.* 2012. V. 72. P. 2166.
7. *Ivanov M.A. et al.* // *Phys. Rev. D.* 2012. V. 85. P. 034004.
8. *Dorokhov A.E., Radzhabov A.E., Zhevlakov A.S.* // *Eur. Phys. J. C.* 2012. V. 72. P. 2227.
9. *Anikin I.V. et al.* // *Eur. Phys. J. C.* 2012. V. 72. P. 2055.
10. *Зиновьев Г.М., Молодцов С.В.* // *ЯФ.* 2012. Т. 75. С. 262.
11. *Volkov M.K., Arbutov A.B., Kostunin D.G.* // *Phys. Rev. D.* 2012. V. 86. P. 057301.
12. *Arbutov A.B., Kopylova T.V.* // *ЖЭФ.* 2012. V. 1204. P. 009.
13. *Ahmadov A.I. et al.* // *Phys. Rev. C.* 2012. V. 86. P. 045203.
14. *Korobov V.I.* // *Phys. Rev. A.* 2012. V. 85. P. 042514.
15. *Bednyakov A.V., Pikelner A.F., Velizhanin V.N.* arXiv:1212.6829.
16. *Bakulev A.P., Khandramai V.L.* arXiv:1204.2679.
17. *Borniyakov V.G., Mitrjushkin V.K., Rogalyov R.N.* // *Phys. Rev. D.* 2012. V. 86. P. 114503.
18. *Belliard S. et al.* // *J. Stat. Mech.* 2012. P. 09003.
19. *Tyurin N.A.* // *Teor. Mat. Phys.* 2012. V. 171, No. 2. P. 321.
20. *Chicherin D., Derkachov S., Isaev A.P.* arXiv:1206.4150.
21. *Bychkov V., Ivanov E.* // *Nucl. Phys. B.* 2012. V. 863. P. 33.
22. *Fedoruk S., Lukierski J.* // *Phys. Lett. B.* 2012. V. 718. P. 646.
23. *Bellucci S. et al.* // *Phys. Rev. D.* 2012. V. 85. P. 065024.
24. *Fre P., Sorin A.S.* // *ЖЭФ.* 2013. V. 1301. P. 003.
25. *Chernyakov Yu.B., Sharygin G.I., Sorin A.S.* arXiv:1212.4803[hep-th].
26. *Galtsov D.V., Davydov E.A.* // *Intern. J. Mod. Phys. Conf. Ser.* 2012. V. 14. P. 316.
27. *Tretyakov P.V.* // *Gravitation and Cosmology.* 2012. V. 18. P. 93.
28. *Zakharov A.F. et al.* // *New Astr. Rev.* 2012. V. 56. P. 64.
29. *Nesterenko V.V., Pirozhenko I.G.* // *Phys. Rev. A.* 2012. V. 86(5). P. 052503.
30. *Severyukhin A.P., Voronov V.V., Nguyen Van Giai* // *Prog. Theor. Phys.* 2012. V. 128. P. 489.
31. *Jolos R.V., von Brentano P., Jolie J.* // *Phys. Rev. C.* 2012. V. 86. P. 024319.
32. *Kuzmina A.N. et al.* // *Phys. Rev. C.* 2012. V. 85. P. 014319.
33. *Bilenky S.M., Šimkovic F.* // *Part. Nucl., Lett.* 2012. V. 9. P. 367.
34. *Ershov S.N., Vaagen J.S., Zhukov M.V.* // *Phys. Rev. C.* 2012. V. 86. P. 034331.

35. *Litnevsky V.L. et al. // Phys. Rev. C. 2012. V. 85. P. 034602.*
36. *Sargsyan V.V. et al. // Eur. Phys. J. A. 2012. V. 48. P. 188.*
37. *Saeidian S., Melezhik V.S., Schmelcher P. // Phys. Rev. A. 2012. V. 86. P. 062713.*
38. *Konchakovski V.P. et al. // Phys. Rev. C. 2012. V. 85. P. 011902(R).*
39. *Titov A.I. et al. // Phys. Rev. Lett. 2012. V. 108. P. 240406.*
40. *Alvioli M. et al. // Phys. Rev. C. 2012. V. 85. P. 021001(R).*
41. *Vladimirov A.A., Ihle D., Plakida N.M. // Phys. Rev. B. 2012. V. 85. P. 224536.*
42. *Maska M.M. et al. // Phys. Rev. B. 2012. V. 85. P. 245113.*
43. *Shukrinov Yu. M., Rahmonov I.R., Gaafar M.A. // Phys. Rev. B. 2012. V. 86. P. 184502.*
44. *Shukrinov Yu. M., Rahmonov I.R., Kulikov K.V. // JETP Lett. 2012. V. 96. P. 657.*
45. *Brankov J.G., Tonchev N.S. // Phys. Rev. E. 2012. V. 85. P. 031115.*
46. *Krasavin S.E. // Semiconductors. 2012. V. 46. P. 598.*
47. *Kolesnikov D.V., Osipov V.A. // Europhys. Lett. 2012. V. 100. P. 26004.*
48. *Smotlacha J., Pincak R., Pudlak M. // Phys. Lett. A. 2012. V. 376. P. 3256.*
49. *Nazmitdinov R.G., Chizhov A.V. // Optics and Spectroscopy. 2012. V. 112. P. 319.*
50. *Nazmitdinov R.G. et al. // J. Phys. B. 2012. V. 45. P. 205503.*
51. *Kuzemsky A.L. // Intern. J. Mod. Phys. B. 2012. V. 26. P. 1250092.*
52. *Cherny A.Yu., Caux J.-S., Brand J. // Front. Phys. 2012. V. 7. P. 54.*
53. *Yukalov V.I. // Phys. Lett. A. 2012. V. 376. P. 550.*
54. *Yukalov V.I., Yukalova E.P. // J. Appl. Phys. 2012. V. 111. P. 023911.*
55. *Derbyshev A.E. et al. // J. Stat. Mech. 2012. V. 2012. P. 05014.*
56. *Poghosyan S.S., Povolotsky A.M., Priezhev V.B. // Ibid. P. 08013.*
57. *Hayrapetyan G.N. et al. // Mod. Phys. Lett. B. 2012. V. 26. P. 1250083.*