

P9-2004-218

П. Г. Акишин, А. В. Бутенко, А. Д. Коваленко,
В. А. Михайлов, Э. Фишер*

МОДЕЛИРОВАНИЕ КРАЕВЫХ ЭФФЕКТОВ
МАГНИТНОГО ПОЛЯ В СВЕРХПРОВОДЯЩЕМ
ДИПОЛЬНОМ МАГНИТЕ ТИПА НУКЛОТРОНА

*GSI, Дармштадт, Германия

Акишин П. Г. и др. P9-2004-218
Моделирование краевых эффектов магнитного поля
в сверхпроводящем дипольном магните типа нуклотрона

В рамках метода объемных интегральных уравнений построена математическая модель сверхпроводящего дипольного магнита типа нуклотрона. Получены трехмерные распределения магнитного поля в рабочей области в зависимости от величины тока возбуждения обмотки. Проанализировано влияние торцевого профиля полюса магнита (профиля Роговского) на нелинейность магнитного поля в краевой области.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий им. В. И. Векслера и А. М. Балдина и Лаборатории информационных технологий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2004

Перевод авторов

Akishin P. G. et al. P9-2004-218
Mathematical Simulation of the Magnetic Field End Effects
in Superconducting Nuclotron-Type Dipole Magnet

Mathematical model of a superconducting window-frame Nuclotron-type dipole was developed within the frames of volume integral equations. 3D distributions of the magnetic field in the magnet aperture were calculated for different operating currents. The influence of the magnet ferromagnetic yoke end profile (Rogovsky-type) on the field nonlinearity is analyzed.

The investigation has been performed at the Veksler and Baldin Laboratory of High Energies and Laboratory of Information Technologies, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2004

ВВЕДЕНИЕ

Постановка данной задачи связана с проблемой оптимизации сверхпроводящего дипольного магнита с ферромагнитным ярмом типа «оконная рама» и полем до 2 Тл для синхротрона. Впервые магниты такого типа были использованы в ускорителе релятивистских ядер — нуклотроне, созданном и введенном в действие в ОИЯИ более десяти лет назад [1]. Специфика подобных магнитов состоит в том, что нелинейность магнитного поля в рабочей области должна быть ограничена весьма малой величиной ($\sim 10^{-4}$ по отношению к дипольной составляющей) в динамическом диапазоне $(B_{\max} - B_{\text{inj}})/B_{\text{inj}} \geq 10$, где B_{inj} , B_{\max} — индукции магнитных полей, соответствующие инжекции и максимальной энергии частиц в ускорителе. При этом стремление наиболее эффективно использовать преимущества ферромагнитного экрана (концентрация поля в рабочем зазоре магнита) в том числе и в области перехода к насыщению ферромагнетика $\mu = \mu(H) \rightarrow 1$ требует детального трехмерного расчета магнитного поля, включая торцевую область диполя, оптимизация которой, посредством выбора профиля ферромагнетика, а также формы лобовой части обмотки оказывает существенное влияние на интегральную (вдоль магнита) величину нелинейности поля.

Проблема улучшения параметров диполей типа нуклотрона, в том числе и повышения качества магнитного поля в рабочей области, была вновь поставлена в связи с разработкой проекта ускорительного комплекса антипротонов и тяжелых ионов в GSI (Дармштадт, Германия) [2]. Некоторые результаты совместных ОИЯИ–GSI исследований по оптимизации дипольного магнита для быстроциклирующего сверхпроводящего синхротрона SIS100, связанные главным образом с уменьшением тепловыделений в ферромагнитном ярме диполя, приведены в работах [3, 4]. Было показано, что для уменьшения тепловыделений необходимо модифицировать торцевой профиль ярма магнита и конфигурацию лобовой части обмотки возбуждения. Вместе с тем требуемые модификации не должны привести к ухудшению однородности магнитного поля в рабочей области диполя.

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА ПРОБЛЕМЫ

Рассмотрим задачу нахождения распределения магнитного поля, создаваемого стационарными токами в магнитных системах с изотропным ферромагнитным материалом. Пусть $\mathbf{B}(\mathbf{a})$, $\mathbf{H}(\mathbf{a})$, $\mathbf{M}(\mathbf{a})$ есть индукция, напряженность и намагниченность магнитного поля в точке \mathbf{a} . В отсутствие поверхностных

токов и токов, протекающих по ферромагнетику, величины \mathbf{B} , \mathbf{H} удовлетворяют уравнениям Максвелла:

$$\operatorname{rot}_{\mathbf{a}}(\mathbf{H}(\mathbf{a})) = \mathbf{J}^S(\mathbf{a}), \quad \operatorname{div}_{\mathbf{a}}(\mathbf{B}(\mathbf{a})) = 0, \quad \lim_{|\mathbf{a}| \rightarrow \infty} |\mathbf{B}(\mathbf{a})| = 0, \quad (1)$$

где \mathbf{J}^S — вектор объемной плотности тока (отличен от нуля только в обмотках магнита). Величины \mathbf{B} , \mathbf{H} , \mathbf{M} связаны следующими нелинейными соотношениями:

$$\mathbf{H}(\mathbf{a}) = \frac{\mathbf{B}(\mathbf{a})}{\mu(|\mathbf{B}(\mathbf{a})|)\mu_0}, \quad \mathbf{M}(\mathbf{a}) = \frac{\mathbf{B}(\mathbf{a})}{\mu_0} - \mathbf{H}(\mathbf{a}), \quad (2)$$

где μ_0 — абсолютная магнитная проницаемость вакуума, $\mu(x)$ — магнитная проницаемость (вне железного ярма тождественно равная единице, а внутри железного ярма — нелинейная функция, характеризующая связь между \mathbf{H} и \mathbf{B} для данного типа ферромагнетика). На границе раздела сред с различными магнитными характеристиками выполняются условия непрерывности нормальной и тангенциальной составляющих векторов \mathbf{H} и \mathbf{B} соответственно:

$$(\mathbf{n}, (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1)) = 0, \quad [\mathbf{n} \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1)] = 0, \quad (3)$$

где \mathbf{n} — единичный вектор нормали к поверхности раздела сред.

Уравнения (1)–(3) неудобны для непосредственного нахождения вектор-функций $\mathbf{H}(\mathbf{a})$, $\mathbf{B}(\mathbf{a})$. Существует большое число постановок, вытекающих из уравнений Максвелла [5]. В данной работе используется интегральная постановка задачи магнитостатики [6]:

$$\mathbf{H}(\mathbf{a}) = \mathbf{H}^S(\mathbf{a}) + \frac{1}{4\pi} \nabla_{\mathbf{a}} \int_{\Omega} \left(\mathbf{M}(\mathbf{x}), \nabla_{\mathbf{a}} \frac{1}{|\mathbf{x} - \mathbf{a}|} \right) d\nu_{\mathbf{x}}, \quad (4)$$

где \mathbf{H} и \mathbf{M} удовлетворяют нелинейным соотношениям (2).

Для дискретизации нелинейных объемных интегральных уравнений предлагается использовать метод коллокации. Следуя [7], разобьем область Ω , заполненную ферромагнетиком, на подмножества $\{\Omega_l\}$:

$$\Omega = \bigcup_{l=1}^N \Omega_l.$$

Мера пересечения Ω_l с Ω_m равна нулю при $l \neq m$. В каждом Ω_l в качестве точки наблюдения \mathbf{a}_l выберем центроид Ω_l :

$$\mathbf{a}_l = \frac{\int_{\Omega_l} \mathbf{x} d\nu_{\mathbf{x}}}{\int_{\Omega_l} d\nu_{\mathbf{x}}}.$$

Приближим намагниченность $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ в каждом элементе Ω_i постоянным вектором \mathbf{M}_i .

Тогда дискретизованная система уравнений (4) имеет следующий вид:

$$\mathbf{H}_l = \mathbf{H}^S(\mathbf{a}_l) + \sum_{j=1}^N \frac{\nabla_{\mathbf{a}}}{4\pi} \left(\int_{\Omega_j} \left(\mathbf{M}_j, \nabla_{\mathbf{a}} \frac{1}{|\mathbf{x} - \mathbf{a}|} \right) d\nu_{\mathbf{x}} \right) \Big|_{\mathbf{a}=\mathbf{a}_l}, \quad (5)$$

$$\mathbf{H}^S(\mathbf{a}_l) = \text{rot}_{\mathbf{a}} \left(\frac{1}{4\pi} \int_{\Omega_S} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{x})}{|\mathbf{x} - \mathbf{a}|} d\nu_{\mathbf{x}} \right) \Big|_{\mathbf{a}=\mathbf{a}_l}. \quad (6)$$

Векторы \mathbf{H}_l и \mathbf{M}_l удовлетворяют нелинейным соотношениям (2).

Введем следующие обозначения. Пусть

$$\hat{\mathbf{B}} = (\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \dots, \mathbf{B}_N)^T, \quad \hat{\mathbf{M}}(\hat{\mathbf{B}}) = (\mathbf{M}(\mathbf{B}_1), \mathbf{M}(\mathbf{B}_2), \dots, \mathbf{M}(\mathbf{B}_N))^T,$$

$$\hat{\mathbf{H}}^S = (\mathbf{H}^S(\mathbf{a}_1), \mathbf{H}^S(\mathbf{a}_2), \dots, \mathbf{H}^S(\mathbf{a}_N))^T.$$

Определим матрицу $[A]$ следующим образом:

$$[A] = \begin{pmatrix} [A_{11}] & \dots & [A_{1N}] \\ \dots & \dots & \dots \\ [A_{N1}] & \dots & [A_{NN}] \end{pmatrix},$$

где $[A_{ij}]$ — матрица размерности $[3 \times 3]$, такая, что для любого постоянного вектора \mathbf{M} справедливо соотношение

$$[A_{ij}] \mathbf{M} = \frac{\nabla_{\mathbf{a}}}{4\pi} \left(\int_{\Omega_j} \left(\mathbf{M}, \nabla_{\mathbf{a}} \frac{1}{|\mathbf{x} - \mathbf{a}|} \right) d\nu_{\mathbf{x}} \right) \Big|_{\mathbf{a}=\mathbf{a}_i}.$$

Учитывая (2), систему (5) можно записать в виде

$$\hat{\mathbf{B}} = \mu_0 \hat{\mathbf{H}}^S + ([A] + [E]) \hat{\mathbf{M}}(\hat{\mathbf{B}}), \quad (7)$$

где $[E]$ — единичная матрица размерности $[3N \times 3N]$.

Для решения системы уравнений (7) применяется следующий итерационный процесс:

$$\hat{\mathbf{B}}^{k+1} = \mu_0 \hat{\mathbf{H}}^S + ([A] + [E]) \hat{\mathbf{M}}(\hat{\mathbf{B}}^{k+1}), \quad (8)$$

$$\hat{\mathbf{B}}^0 = \mu_0 \hat{\mathbf{H}}^S, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (9)$$

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Комплекс программ расчета трехмерных магнитных систем, созданный на основе подхода, изложенного в предыдущем разделе, использовался для моделирования магнитного поля в рабочей области сверхпроводящего дипольного магнита, торцевая часть которого показана на рис. 1. Для сокращения затрат времени процессора учитывалась дипольная симметрия магнитного поля и вычисления проводились на PC AMD (2,8 ГГц) для одной восьмой части магнита.

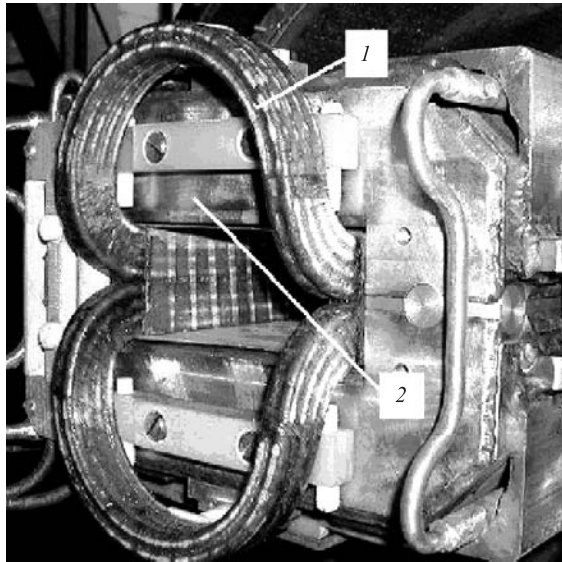


Рис. 1. Торцевая часть дипольного магнита типа нуклотрона: 1 — обмотка, 2 — торец ферромагнитного яра

Форма торца яра и геометрия лобовой части обмотки в случае стандартного диполя нуклотрона показана на рис. 2, *а*. Геометрия модернизированной части яра приведена на рис. 2, *б*.

Одна восьмая часть яра магнита при моделировании разбивалась на 5415 элементов, что соответствовало разбиению всего магнита на 43320 элементов. Полная сверхпроводящая обмотка моделировалась 16 отдельными витками формы «saddleshape» с поперечным сечением 6×6 мм. Для рассматриваемой конфигурации магнитной системы оказалось в среднем достаточно 100 шагов итерационного процесса (8)–(9) для решения нелинейной системы

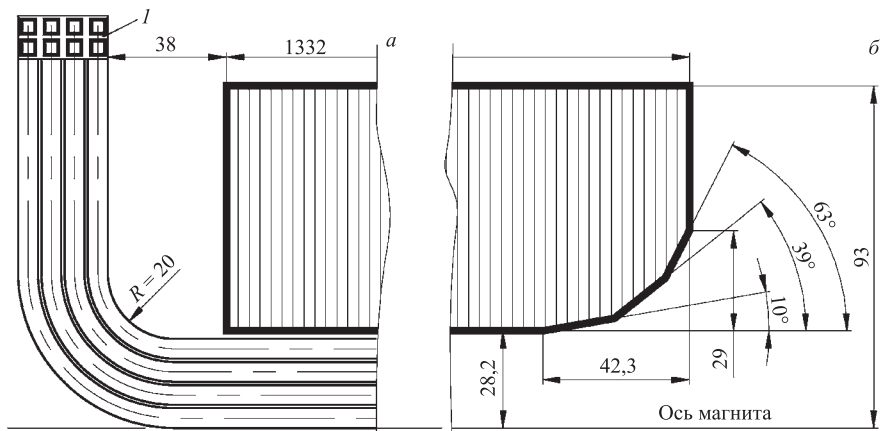


Рис. 2. а) Стандартная геометрия торцевой части диполя (I — сверхпроводящая токовая обмотка, состоящая из 2×8 витков); б) фрагмент ярма, доработанный по типу профиля Роговского

уравнений (7). Суммарное счетное время на вычисление коэффициентов матрицы $[A]$, решение нелинейной системы и необходимый пересчет поля для одного значения тока в обмотках составило около 20 ч работы процессора. Аналогичные расчеты проводились для магнита с конфигурацией полюса на торцах, показанной на рис. 2, б. Ввиду сложности поведения поля на краю магнита для получения решения нелинейной системы (7) в этом случае потребовалось около 150 шагов итерационного процесса (8)–(9). Результаты расчетов представлены на рис. 3 и 4.

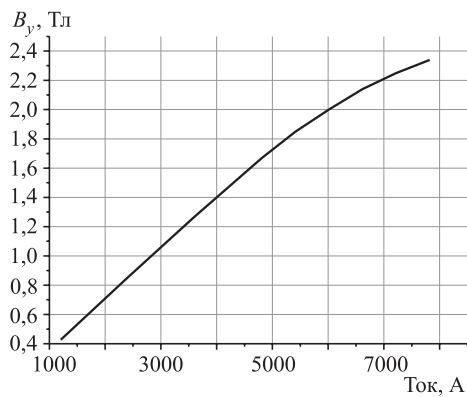


Рис. 3. Зависимость дипольной компоненты поля в центре магнита от рабочего тока

Интегральные величины гармоник поля дипольного магнита на радиусах 2 и 2,5 см при значении поля в центре магнита 2 Тл приведены в таблице.

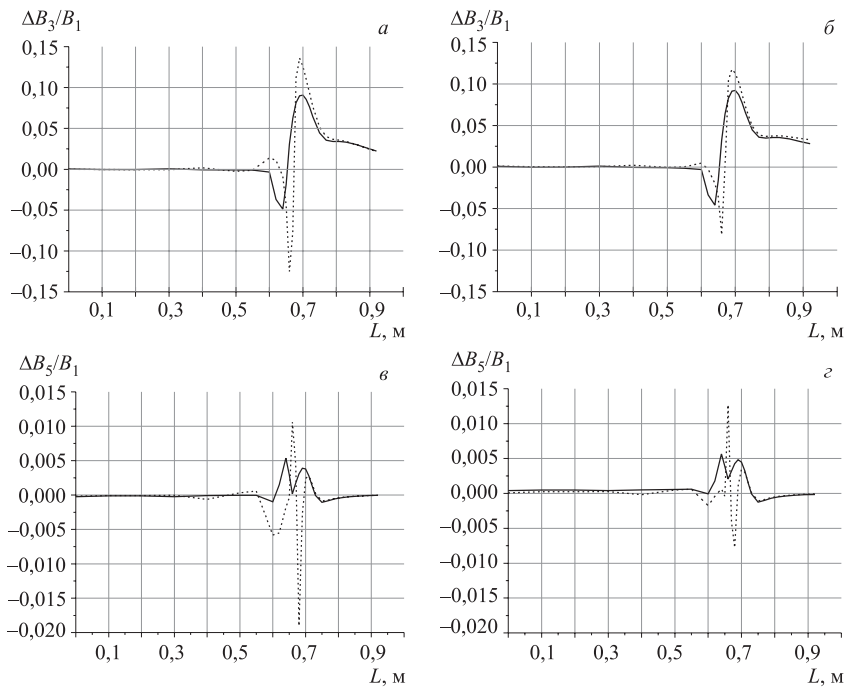


Рис. 4. Относительные величины секступольной (а, б) и декапольной (в, г) гармоник поля для магнита с прямоугольным торцом ярма (пунктир) и с «полюсом Роговского» (сплошная линия) при значениях токов в обмотках возбуждения: а, в — 1,2 кА (поле 0,42 Тл); б, г — 6,1 кА (поле 2 Тл)

Геометрия торцевой части	Гармоника		
	$B_1 (R = 2 \text{ см}/2,5 \text{ см})$	$B_3 (R = 2 \text{ см}/2,5 \text{ см})$	$B_5 (R = 2 \text{ см}/2,5 \text{ см})$
Обычный полюс	1,385/1,385	$1,083 \cdot 10^{-3}/1,694 \cdot 10^{-3}$	$1,554 \cdot 10^{-4}/3,793 \cdot 10^{-4}$
«Полюс Роговского»	1,374/1,374	$1,269 \cdot 10^{-3}/1,984 \cdot 10^{-3}$	$1,734 \cdot 10^{-4}/4,226 \cdot 10^{-4}$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках метода объемных интегральных уравнений построена математическая модель сверхпроводящего дипольного магнита типа нуклотрона. Получены трехмерные распределения магнитного поля в рабочей области в зависи-

мости от величины тока возбуждения обмотки для двух вариантов торцевого профиля ферромагнитного ярма дипольного магнита типа «оконная рама». Результаты расчета относительных интегральных величин секступольной и декапольной нелинейностей магнитного поля в рассмотренных случаях показывают, что неоднородность поля в краевой области диполя уменьшается в случае профилированного торца ярма. Работа по 3D-оптимизации профиля ярма и обмотки сверхпроводящего магнита с целью уменьшения интегральной нелинейности поля будет продолжена.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 03-01-00290а).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Смирнов А. А., Коваленко А. Д.* Нуклотрон — сверхпроводящий ускоритель ядер в ЛВЭ ОИЯИ (создание, работа и развитие) // Письма в ЭЧАЯ. 2004. Т. 1, № 6(123). С. 11–40.
2. *Moritz G. et al.* Towards Fast Pulsed Superconducting Synchrotron Magnets // Proc. of PAC'2001, Chicago, June 2001. P. 211–214.
3. *Kovalenko A. et al.* Optimization of a superferric Nuclotron-type dipole for the GSI fast-pulsed synchrotron (presented at MT-17, Geneva, September 2001) // IEEE Trans. on Appl. Superconductivity. 2002. V. 12, No. 1. P. 161–165.
4. *Kovalenko A. D. et al.* Progress in the design and study of a superferric dipole magnet for the GSI fast-pulsed synchrotron SIS100 (MT-18, Morioka, Japan, October 2003) // IEEE Trans. on Applied Superconductivity. 2004. V. 14, No. 2. P. 321–324.
5. *Айрян Э. А., Жидков Е. П., Федоров А. В. и др.* Численные алгоритмы расчета магнитных систем в ускорителях заряженных частиц // ЭЧАЯ. 1990. Т. 21, вып. 1. С. 231–307.
6. *Newman M. J., Trowbridge G. W., Turner L. R.* GFUN: An interactive program as aid to magnet design // Proc. 4th Intern. Conf. Magnet Technol. Brookhaven, 1972. P. 617–626.
7. *Акишин П. Г.* Об одном методе расчета магнитных полей в системах с осесимметричной конфигурацией ферромагнетика // ЖВМ и МФ. 1989. Т. 29. С. 1168–1174.

Получено 29 декабря 2004 г.

Редактор *А. Н. Шабашова*

Подписано в печать 30.03.2005.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 0,44. Уч.-изд. л. 0,51. Тираж 270 экз. Заказ № 54841.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: publish@pds.jinr.ru

www.jinr.ru/publish/